

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Институт Автоматики и Вычислительной техники

ВМСС

Курсовая работа по электротехнике

Вариант № _____

Студент: _____

Группа: _____

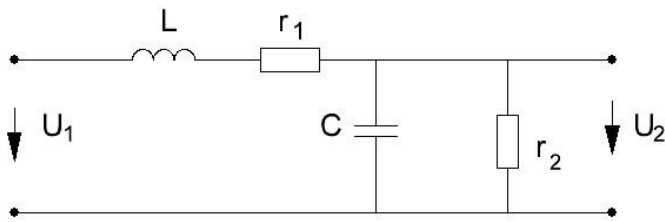
Преподаватель: _____

Сдано: « _____ » _____ 20__ г.

Принято: « _____ » _____ 20__ г.

Оценка: _____

Подпись преподавателя _____

Вариант № 123

$$r_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$C = 390 \text{ нФ}$$

$$L = 31 \text{ мГн}$$

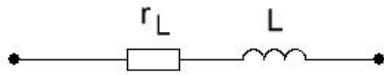
$$r_2 = 10 \text{ КОм}$$

Расчетное Задание

1. Для заданной цепи рассчитать передаточную функцию $H(p)$. Записать $H(p)$ в канонической форме, определить ω_0 и Q .
2. По полученной $H(p)$ рассчитать АЧХ цепи $H(\omega)$ и ФЧХ цепи $\varphi(\omega)$. Построить полученные $H(f)$ и $\varphi(f)$, где $f = \frac{\omega}{2\pi}$ в диапазоне частот $0 \leq f \leq 4f_0$.
3. Измерить $H(f)$ и $\varphi(f)$ для заданной цепи на лабораторном стенде для выбранного диапазона частот (около 10 точек). Нанести полученные точки на графики $H(f)$ и $\varphi(f)$, построенные в п.2.
4. Получить АЧХ и ФЧХ в системе DesignLab. Вывести графики указанных зависимостей и сравнить их с графиками $H(f)$ и $\varphi(f)$, полученными в п.2.
5. Найти переходную характеристику $h(t)$ заданной цепи классическим способом и используя преобразование Лапласа для полученной в п.1 передаточной функции $H(p)$. Построить $h(t)$ в диапазоне $0 \leq t \leq \frac{4}{\alpha}$, где α – коэффициент затухания для случая комплексно сопряженных корней характеристического уравнения ($p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{cs}$) или модуль наименьшего корня для случая действительных различных корней ($p_1 \neq p_2$).
6. Измерить $h(t)$ (получить осциллограмму). В качестве входного сигнала использовать меандр с периодом $T \geq 4/\alpha$ (α определена в п.5). Вывести полученную осциллограмму и сравнить с графиком, полученным в п.5.
7. Получить $h(t)$ в системе DesignLab. Вывести график полученной зависимости и сравнить его с графиком, полученным в п.5.

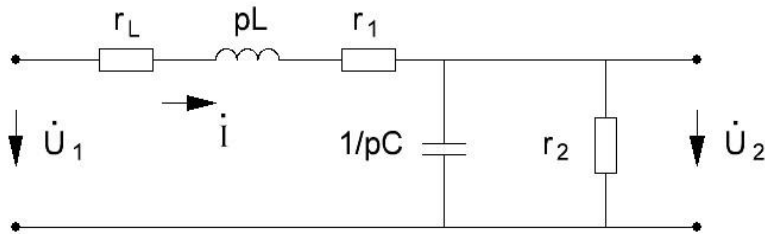
1. Расчет передаточной функции $H(p)$

В заданной цепи заменяем индуктивный элемент его схемой замещения, полученной ранее в лабораторной работе

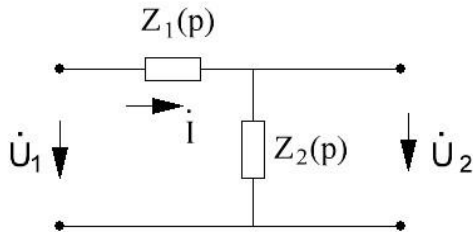


, где $r_L = 109 \text{ Ом}$, $L = 31 \text{ мГн}$.

Получаем следующую схему для расчета передаточной функции



После упрощения схема приобретает следующий вид



где $Z_1(p) = r_L + r_1 + pL = r_{1э} + pL$ ($r_{1э} = r_L + r_1$)

$$Z_2(p) = \frac{r_2 \frac{1}{pC}}{r_2 + \frac{1}{pC}} = \frac{r_2}{1 + pr_2C}$$

Для упрощенной схемы получаем $H(p)$

$$H(p) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{i Z_2(p)}{i [Z_1(p) + Z_2(p)]} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)}$$

Подставляя выражения для $Z_1(p)$ и $Z_2(p)$, получим

$$\begin{aligned}
 H(p) &= \frac{r_2}{(1 + pr_2C) \left[r_{1Э} + pL + \frac{r_2}{1 + pr_2C} \right]} = \frac{r_2}{(1 + pr_2C) (r_{1Э} + pL) + r_2} = \\
 &= \frac{r_2}{p^2 r_2 LC + p(L + r_{1Э} r_2 C) + r_2 + r_{1Э}} = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p \left(\frac{1}{r_2 C} + \frac{r_{1Э}}{L} \right) + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{r_{1Э}}{r_2} \right)} = \frac{b_0}{p^2 + a_1 p + a_0} = \\
 &= \frac{b_0}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q} p + \omega_0^2}
 \end{aligned}$$

Последнее выражение записано в канонической форме, где

$$b_0 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{31 \cdot 10^{-3} \cdot 390 \cdot 10^{-9}} = 82,71 \cdot 10^6 \text{ c}^{-2},$$

$$\omega_0 = \sqrt{a_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + \frac{r_{1Э}}{r_2}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{209}{10000}}}{\sqrt{31 \cdot 10^{-3} \cdot 390 \cdot 10^{-9}}} = 9189 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1463 \text{ Гц},$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = a_1 = \left(\frac{r_{1Э}}{L} + \frac{1}{r_2 C} \right),$$

$$Q = \frac{\omega_0}{a_1} = \frac{\omega_0}{\left(\frac{r_{1Э}}{L} + \frac{1}{r_2 C} \right)} = \frac{9189}{\left(\frac{209}{31 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{10^4 \cdot 390 \cdot 10^{-9}} \right)} = 1,313.$$

2. Расчёт амплитудно-частотной $H(\omega)$ и фазо-частотной $\varphi(\omega)$ характеристик цепи.

Подставляя $p = j\omega$ в выражение для $H(p)$, получим $H(j\omega)$

$$H(j\omega) = \frac{b_0}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q} (j\omega) + \omega_0^2} = \frac{b_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j \frac{\omega_0}{Q} \omega}.$$

АЧХ и ФЧХ определяются как модуль и аргумент $H(j\omega)$

$$H(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{b_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 \omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arg H(j\omega) = \begin{cases} -\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega\omega_0}{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}\right], & \omega < \omega_0 \\ -\pi - \operatorname{arctg}\left[\frac{\omega\omega_0}{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}\right], & \omega > \omega_0 \end{cases}$$

Заменяя $\omega = 2\pi f$ и $\omega_0 = 2\pi f_0$, получим

$$H(f) = \frac{b_0}{(2\pi)^2 \sqrt{(f_0^2 - f^2)^2 + \left(\frac{f_0}{Q}\right)^2 f^2}} = \frac{2,097 \cdot 10^6}{\sqrt{(2,140 \cdot 10^6 - f^2)^2 + 1,242 \cdot 10^6 \cdot f^2}},$$

$$\varphi(f) = \begin{cases} -\operatorname{arctg}\left[\frac{f_0 f}{Q(f_0^2 - f^2)}\right] = -\operatorname{arctg}\left(\frac{1,114 \cdot 10^3 \cdot f}{2,140 \cdot 10^6 - f^2}\right), & f < f_0 \\ -\pi - \operatorname{arctg}\left[\frac{f_0 f}{Q(f_0^2 - f^2)}\right] = -\pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{1,114 \cdot 10^3 \cdot f}{2,140 \cdot 10^6 - f^2}\right), & f > f_0 \end{cases}$$

Полученные с помощью пакета Mathcad зависимости $H(f)$ и $\varphi(f)$, приведены соответственно на рис.2а и 2б для диапазона частот $0 \leq f \leq 4f_0$, т.е. $0 \leq f \leq 6000$ Гц

$H(f)$

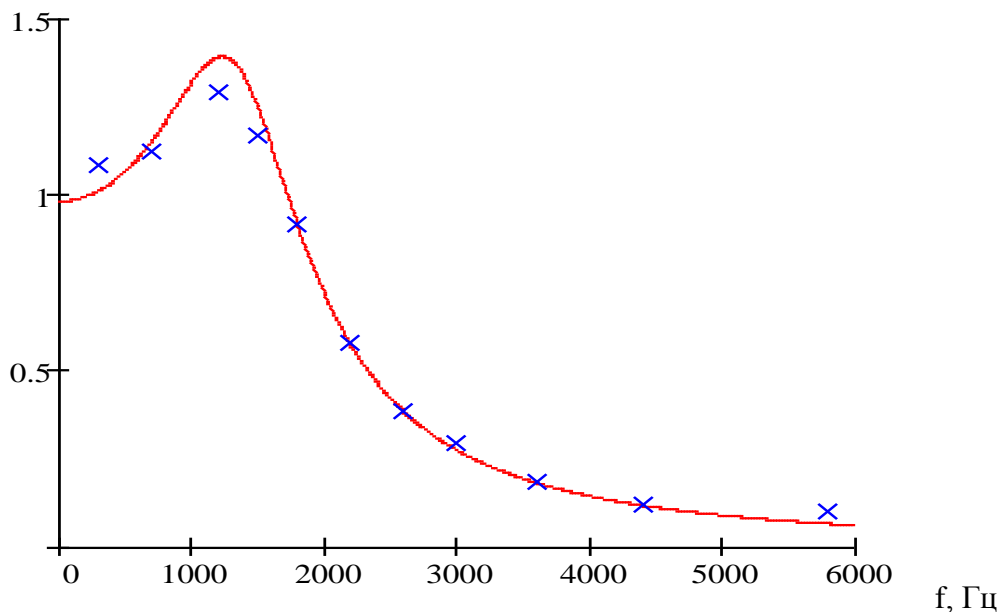


Рис.2а

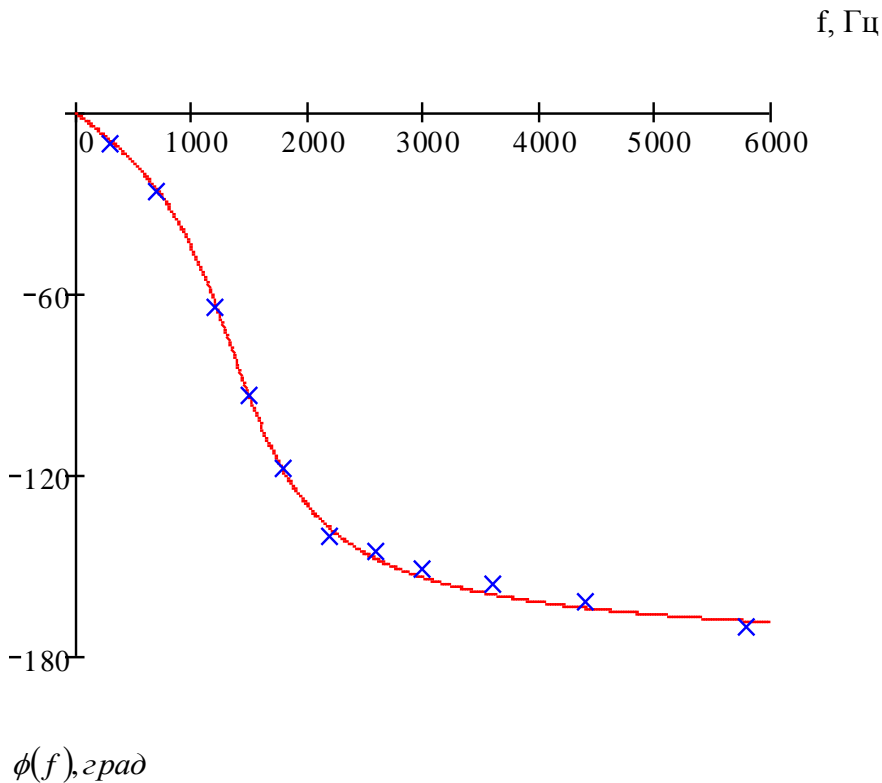


Рис.26

3. Измерение АЧХ и ФЧХ заданной цепи на лабораторном стенде.

На рис.3а приведена схема для измерения АЧХ- $H(f)$ и ФЧХ - $\varphi(f)$. Ко входу схемы (зажимы «1» и «0») подключается генератор (Gen) при заданном синусоидальном напряжении $U_1(t) = U_{1m} \sin(2\pi f + \varphi_1)$, где U_{1m} -амплитуда напряжения ($U_{1m} = 5 \text{ В}$), f -текущая частота ($0 \leq f \leq 6000 \text{ Гц}$).

1-ый канал осциллографа для измерения входного напряжения $U_1(t)$ подключается ко входу (зажимы «1» и «0»), а 2-й канал для измерения выходного напряжения $U_2(t) = U_{2m} \sin(2\pi f + \varphi_2)$ - к выходу (зажимы «2» и «0»).

На рис.3б схематично показан метод определения разности фаз $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ через задержки t_{20} и t_{10} напряжений $U_2(t)$ и $U_1(t)$ соответственно.

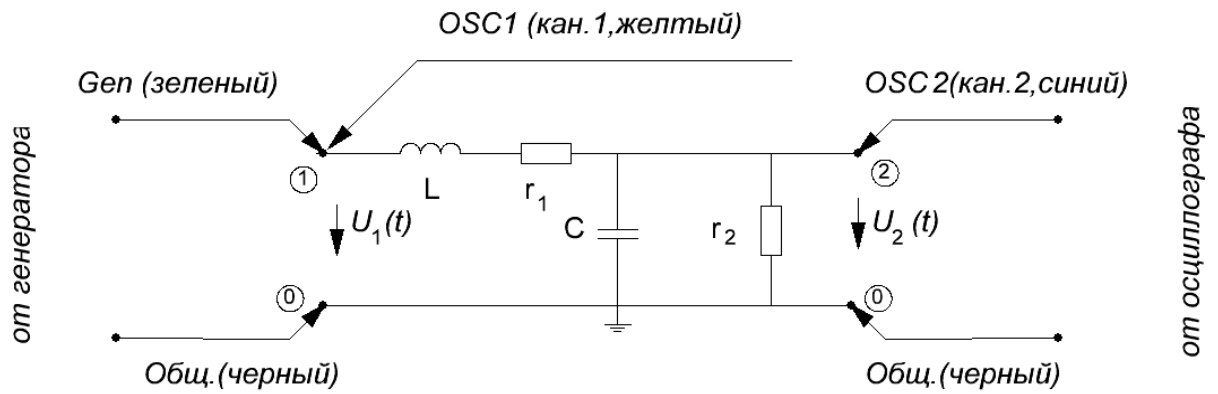


Рис.3а

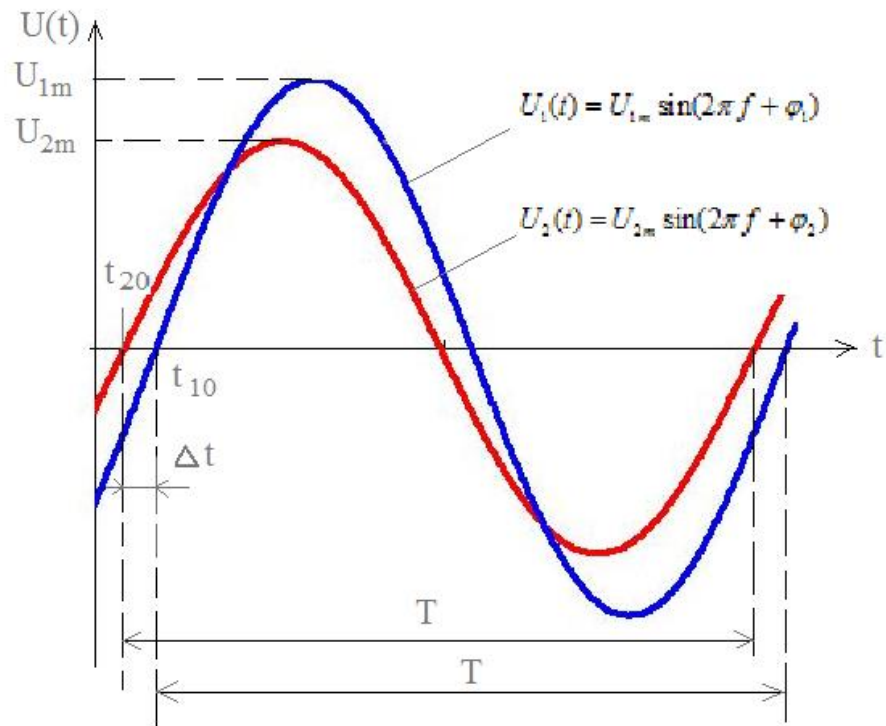


Рис.3б

$$\Delta t = t_{10} - t_{20}$$

$$\varphi_2 = -2\pi f t_{20}$$

$$\varphi_1 = -2\pi f t_{10}$$

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi f (t_{10} - t_{20}) = 2\pi f \Delta t = 2\pi \frac{\Delta t}{T} [\text{rad}] = 360^\circ \frac{\Delta t}{T} [\text{град}]$$

Измеренные значения $U_{1m}, U_{2m}, \Delta t, T$ сведены в таблицу, где также приведены рассчитанные величины H и φ .

| | | | | | | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f [Гц] | 300 | 700 | 1200 | 1500 | 1800 | 2200 | 2600 | 3000 | 3600 | 4400 | 5800 |
| U_{1m} [В] | 5,00 | 4,80 | 4,28 | 4,16 | 4,28 | 4,66 | 4,76 | 4,84 | 4,92 | 5,00 | 5,05 |
| U_{2m} [В] | 5,10 | 5,40 | 5,50 | 4,88 | 3,92 | 2,64 | 1,84 | 1,44 | 0,92 | 0,61 | 0,50 |
| $H = \frac{U_{2m}}{U_{1m}}$ | 1,08 | 1,125 | 1,29 | 1,17 | 0,916 | 0,58 | 0,386 | 0,297 | 0,187 | 0,122 | 0,10 |
| Δt [мкс] | -95 | -105 | -150 | -174 | -183 | -177 | -155 | -140 | -120 | -102 | -81,4 |
| $T = \frac{1}{f}$ [мкс] | 3333 | 1428 | 833,3 | 666,7 | 555,6 | 454,5 | 384,6 | 333,3 | 277,8 | 227,3 | 172,4 |
| $\varphi = 300^\circ \frac{\Delta t}{T}$ [град] | -10,3 | -26,5 | -64,8 | -93,9 | -118 | -140 | -145 | -151 | -156 | -162 | -170 |

Полученные значения $H(f)$ и $\varphi(f)$ обозначены на графиках рис. 2а и рис. 2б значком х.

4. Расчет АЧХ и ФЧХ в системе DesignLab.

В системе DesignLab собираем заданную схему (рис.4а), проводим анализ частотных характеристик в рассчитанном диапазоне $100 \text{ Гц} \leq f \leq 30000 \text{ Гц}$.

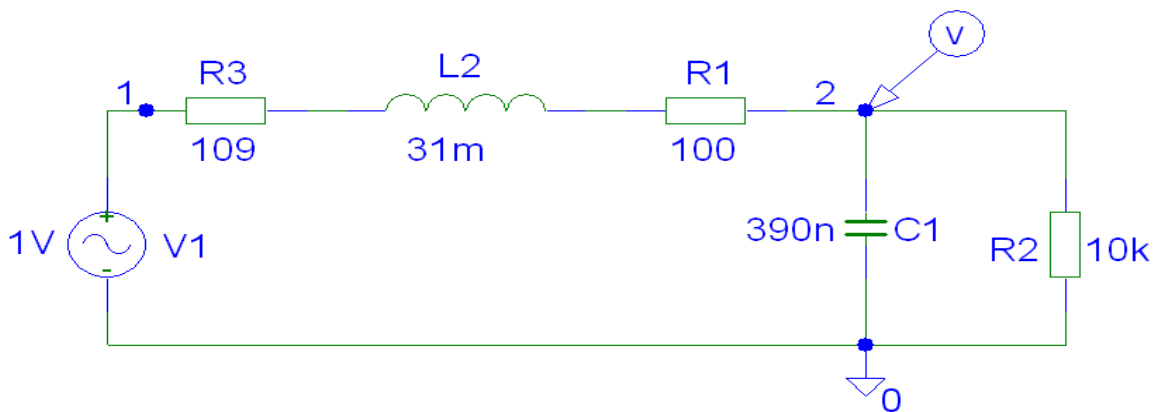


Рис.4а

Полученные характеристики в полулогарифмическом масштабе приведены на рис.4б

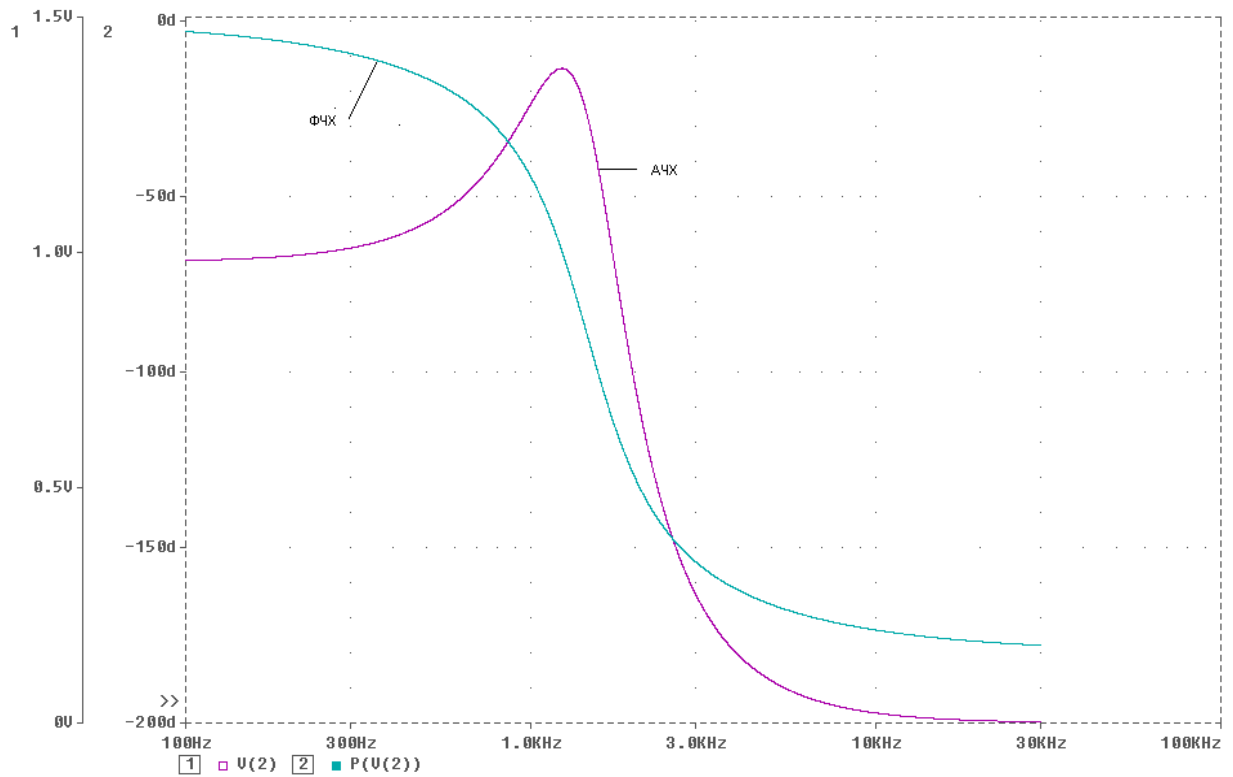


Рис.4б

5. Расчет переходной характеристики $h(t)$.

5.1. Расчет классическим методом.

Воздействие единичной функции $1(t)$ на входе цепи моделируется подключением к цепи источника постоянной ЭДС $E=1$ В при нулевых начальных условиях $U_C(0) = 0$, $i_L(0) = 0$ (см. рис.5а).

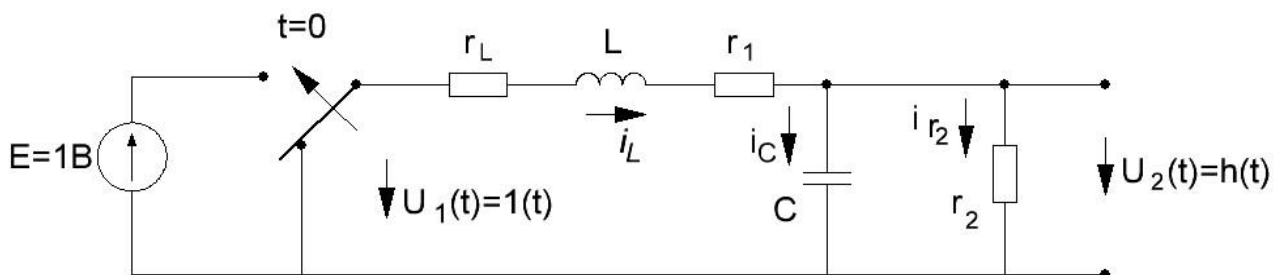


Рис.5а

При применении классического метода реакция цепи, т.е. $U_2(t) = h(t)$, рассчитывается так:

$$U_2(t) = U_C(t) = U_{2уст.}(t) + U_{2св.}(t),$$

где $U_{2уст.}$ - значение U_2 в установившемся режиме,

$U_{2св.}$ - свободная составляющая.

Величину $U_{2уст.}$ можно найти из схемы для установившегося режима (при $t \rightarrow \infty$ устанавливаются постоянные токи и напряжения), приведенной на рис.5б.

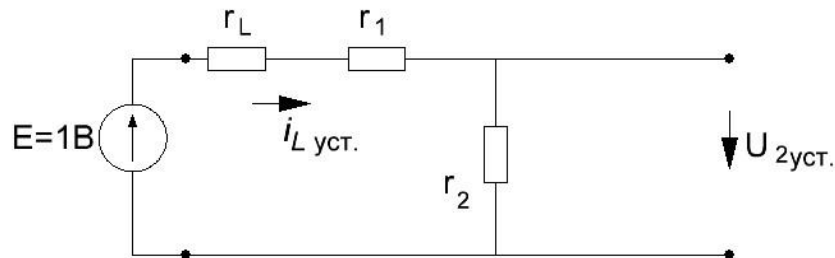


Рис.5б

Из схемы рис.5б следует:

$$U_{2уст.} = i_{Lуст.} \cdot r_2 = \frac{E \cdot r_2}{r_L + r_1 + r_2} = 0,9795B \approx 0,98B$$

Для определения вида $U_{2св.}$ составим характеристическое уравнение и найдем его корни.

Характеристическое уравнение можно получить, приравняв к нулю входное сопротивление $Z_{вх}(p)$ схемы рис.5а относительно точек разрыва ветви с индуктивностью L (или конденсатором) при замыкании источника ЭДС (см.рис.5в)

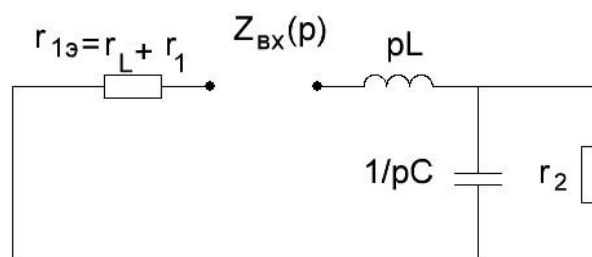


Рис.5в

$$Z_{\text{вх}}(p) = r_{1_3} + pL + \frac{r_2 \frac{1}{pC}}{r_2 + \frac{1}{pC}} = 0$$

$$r_{1_3} + pL + \frac{r_2}{1 + pr_2C} = 0$$

$$p^2 + p \left(\frac{L + r_2 r_{1_3} C}{r_2 LC} \right) + \frac{r_{1_3} + r_2}{r_2 LC} = 0$$

$$p^2 + p \left(\frac{r_{1_3}}{L} + \frac{1}{r_2 C} \right) + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{r_{1_3}}{r_2} \right) = 0$$

Используя обозначения, введенные в п.1 при расчете $H(p)$, получим характеристическое уравнение в виде:

$$p^2 + \frac{\omega_0}{Q} p + \omega_0^2 = 0,$$

что соответствует равенству нулю знаменателя выражения для $H(p)$.

Корни характеристического уравнения будут равны

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 - \omega_0^2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} = -\alpha \pm j\omega_{\text{св}} = -3499 \pm j8497 \left[\frac{1}{\text{с}} \right],$$

т.е. $\alpha = 3499 \frac{1}{\text{с}}$, $\omega_{\text{св}} = 8497 \frac{1}{\text{с}}$.

Для комплексно сопряженных корней $U_{2\text{св}}(t)$ может быть записано в виде

$$U_{2\text{св}}(t) = e^{-\alpha t} [A \cos(\omega_{\text{св}} t) + B \sin(\omega_{\text{св}} t)],$$

где А и В – произвольные постоянные.

Тогда для $U_2(t) = h(t)$ получим

$$U_2(t) = h(t) = 0,98 + e^{-\alpha t} [A \cos(\omega_{\text{св}} t) + B \sin(\omega_{\text{св}} t)].$$

Постоянные А и В определяются из начальных условий:

$$U_2(0) = U_c(0) \text{ и } \frac{dU_2}{dt}(0) = \frac{dU_c}{dt}(0).$$

Определим указанные начальные условия

$$U_2(0) = U_c(0) = 0$$

$$\frac{dU_2}{dt}(0) = \frac{dU_c}{dt}(0) = \frac{1}{C} \cdot i_c(0), \text{ т.к. } i_c(t) = C \frac{dU_c(t)}{dt}.$$

Для схемы рис.5а можно записать по 1 –му закону Кирхгофа

$$i_c(0) = i_L(0) - i_{r_2}(0) = i_L(0) - \frac{U_2(0)}{r_2} = i_L(0) - \frac{U_c(0)}{r_2} = 0,$$

$$\text{т.е. } \frac{dU_2}{dt}(0) = \frac{i_c(0)}{C} = 0.$$

Величины А и В найдем из системы уравнений для $U_2(0)$ и $\frac{dU_2}{dt}(0)$

$$\begin{cases} U_2(t) = 0,98 + e^{-\alpha t} [A \cos(\omega_{cs} t) + B \sin(\omega_{cs} t)] \\ \frac{dU_2}{dt}(t) = -\alpha e^{-\alpha t} [A \cos(\omega_{cs} t) + B \sin(\omega_{cs} t)] + e^{-\alpha t} [-A \omega_{cs} \sin(\omega_{cs} t) + B \omega_{cs} \cos(\omega_{cs} t)] \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} U_2(0) = 0,98 + A = 0 \\ \frac{dU_2}{dt}(0) = -\alpha A + \omega_{cs} B = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = -0,98 B \quad ; \quad B = \frac{\alpha}{\omega_{cs}} A = -0,4036 B.$$

Окончательно получаем для $h(t)$

$$h(t) = U_2(t) = 0,98 - e^{-3499t} [0,98 \cos(8497 t) + 0,4036 \sin(8497 t)], \text{ где } t \text{ в сек.}$$

5.2. Расчет $h(t)$ с помощью преобразования Лапласа для $H(p)$.

Преобразование Лапласа функции $h(t)$ определяется соотношением

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{H(p)}{p}, \quad \text{где } H(p) \text{ - передаточная функция (см. п.1)}$$

$$\frac{H(p)}{p} = \frac{b_0}{p \left(p^2 + \frac{\omega_0}{Q} p + \omega_0^2 \right)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Знаменатель $F_2(p)$ можно преобразовать к виду:

$$p^2 + \frac{\omega_0}{Q} p + \omega_0^2 = (p + \alpha)^2 + \omega_{cs}^2.$$

Чтобы воспользоваться таблицами преобразования Лапласа запишем $\frac{H(p)}{p}$ в

виде :

$$\frac{H(p)}{p} = \frac{a}{p} + \frac{A(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_{св.}^2} + \frac{B\omega_{св.}}{(p+\alpha)^2 + \omega_{св.}^2} = \frac{b_0}{p\left(p^2 + \frac{\omega_0}{Q}p + \omega_0^2\right)}$$

или

$$\frac{a\left(p^2 + \frac{\omega_0}{Q}p + \omega_0^2\right) + Ap(p+\alpha) + Bp\omega_{св.}}{p\left(p^2 + \frac{\omega_0}{Q}p + \omega_0^2\right)} = \frac{b_0}{p\left(p^2 + \frac{\omega_0}{Q}p + \omega_0^2\right)}$$

Приравнявая в числителях полученного равенства коэффициенты при одинаковых степенях p , получим систему уравнений для определения a , A и B :

$$\left. \begin{array}{l} a\omega_0^2 = b_0 \\ a + A = 0 \\ a\frac{\omega_0}{Q} + A\alpha + B\omega_{св.} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$a = \frac{b_0}{\omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2\left(1 + \frac{r_{13}}{r_2}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{r_{13}}{r_2}} = 0,979 \approx 0,98$$

$$A = -a = -0,98$$

$$B = \frac{-a\frac{\omega_0}{Q} - A\alpha}{\omega_{св.}} = \frac{A\left(\frac{\omega_0}{Q} - \alpha\right)}{\omega_{св.}} = \frac{A(2\alpha - \alpha)}{\omega_{св.}} = A\frac{\alpha}{\omega_{св.}} = -0,4036$$

Тогда получим

$$\frac{H(p)}{p} = \frac{0,98}{p} - \frac{0,98(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_{св.}^2} - \frac{0,4036\omega_{св.}}{(p+\alpha)^2 + \omega_{св.}^2}$$

С помощью таблиц соответствия между оригиналом и изображением получим для изображения $\frac{H(p)}{p}$

$$h(t) = 0,98 - 0,98e^{-\alpha t} \cos(\omega_{св.} t) - 0,4036e^{-\alpha t} \sin(\omega_{св.} t) =$$

$$= 0,98 - e^{-3499t} [0,98 \cos(8497t) + 0,4036 \sin(8497t)] \text{ В,}$$

что соответствует полученному выражению для $h(t)$ в п.5.1.

На рис.5г построена полученная зависимость $h(t)$ в диапазоне $0 \leq t \leq \frac{4}{\alpha}$ или $0 \leq t \leq 2,0 \text{ мс.}$

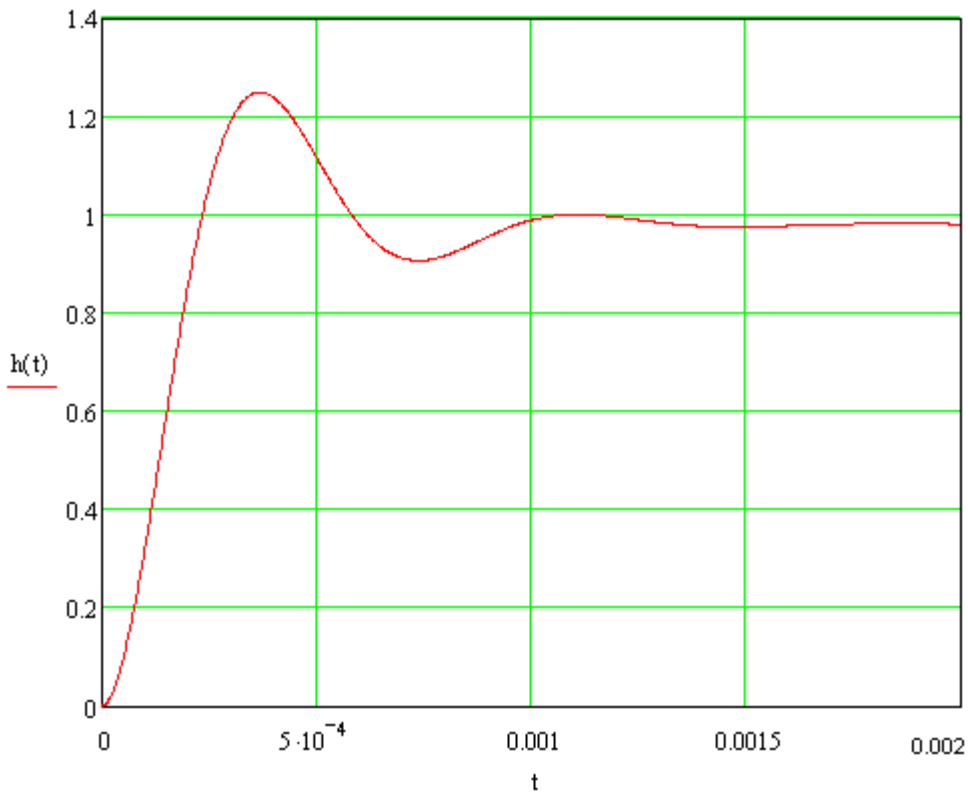


Рис.5г

6. Экспериментальное определение переходной характеристики $h(t)$.

Схема измерения приведена на рис. 3а. Ко входу схемы подается напряжение в виде меандра с длительностью импульса 2,0 мс и амплитудой 1 В. Полученная осциллограмма приведена на рис.6, где $U_{вх.}(t)$ обозначена оранжевым цветом, а $U_{вых.}(t) = h(t)$ - синим.

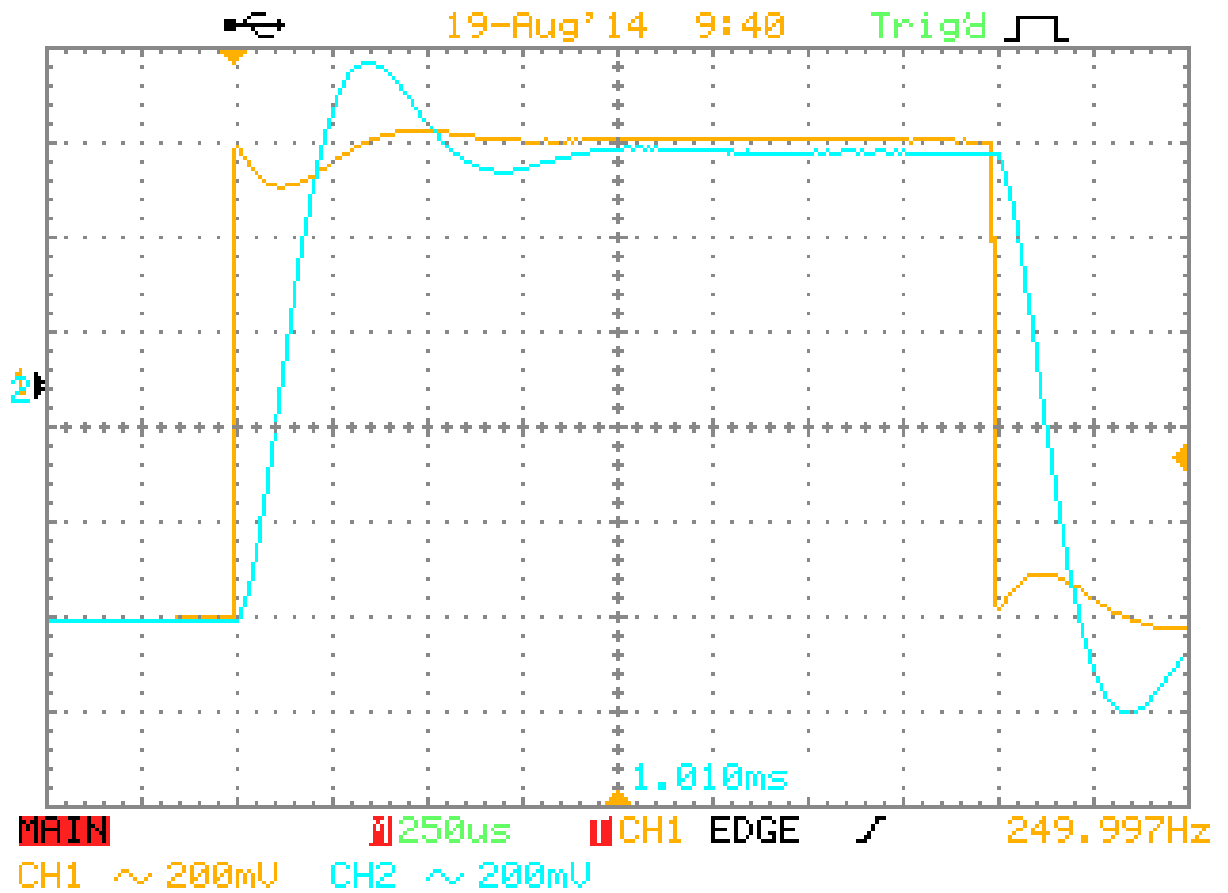


Рис.6

7. Расчет $h(t)$ в системе DesignLab .

В DesignLab собираем схему, приведенную на рис.4а. На вход подаем единичный импульс. Полученный график для $h(t)$ в диапазоне $0 \leq t \leq 2,0$ мс приведен на рис.7.

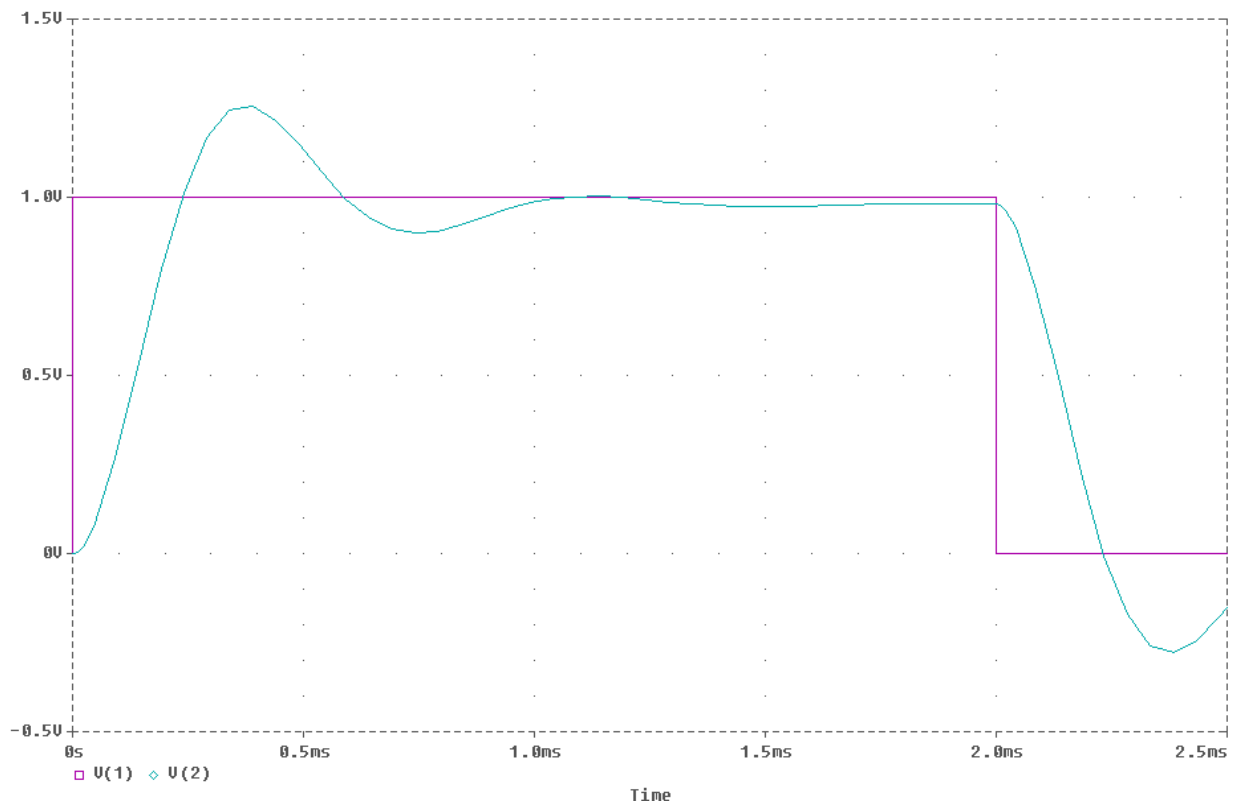


Рис.7